4) $f(x)=2+\dfrac{\sin(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}$

pour $x>0$ $-1\le \sin\sqrt{x}\le 1 \Rightarrow \dfrac{-1}{\sqrt{x}}\le\dfrac{\sin\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\le\dfrac{1}{\sqrt{x}}$

$\Rightarrow 2-\dfrac{1}{\sqrt{x}}\le f(x)\le 2+\dfrac{1}{\sqrt{x}}$; pour $x>0$

$\lim\limits_{x\to+\infty} 2-\dfrac{1}{\sqrt{x}}=\lim\limits_{x\to+\infty} 2+\dfrac{1}{\sqrt{x}}=2$

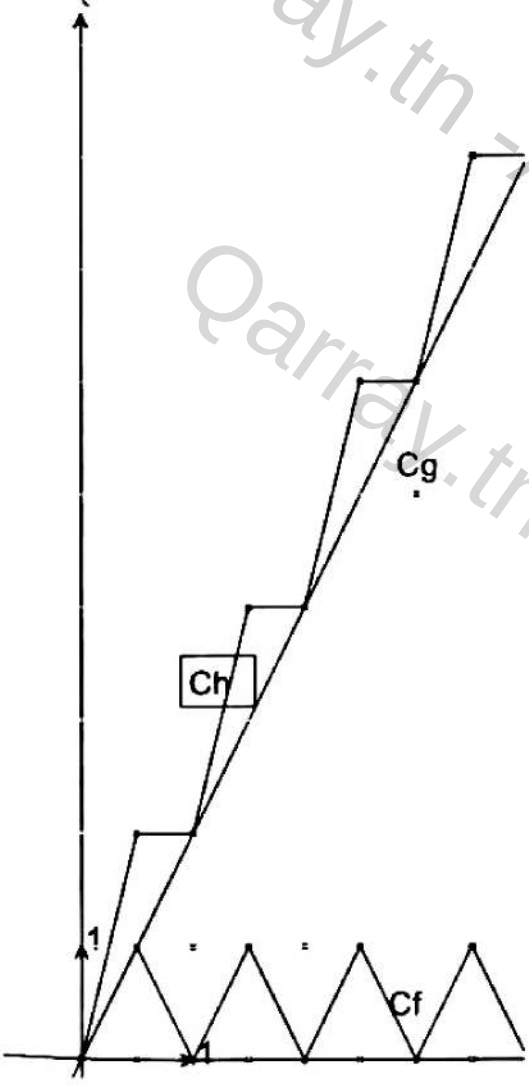
d'où $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2$

EX 22 :

f est périodique de période 2

$f(x+2)=f(x)$

$$f(x)=\begin{cases}2x & \text{si } x\in\left[0,\dfrac{1}{2}\right]\\ 2-2x & \text{si } x\in\left]\dfrac{1}{2},1\right[\\ f(x-1) & \text{si } x\in]1,2]\end{cases}$$



2) • pour $x\in\left[0,\dfrac{1}{2}\right]$

$0\le x\le\dfrac{1}{2}\Rightarrow 0\le 2x\le 1\Rightarrow 0\le f(x)\le 1$

• pour $x\in\left]\dfrac{1}{2},1\right[$:

$\dfrac{1}{2}<x\le 1\Rightarrow -1\le -2x\le -2$

$\Rightarrow 1\ge 2-2x\ge 0\Rightarrow 0\le f(x)\le 1$

d'où $0\le f(x)\le 1$; $\forall x\in[0,1]$

• pour $x\in]1,2]$

$(x-1)\in]0,1]\Rightarrow 0\le f(x-1)\le 1$

$\Rightarrow 0\le f(x)\le 1$; $\forall x\in]1,2]$

par suite $0\le f(x)\le 1$; $\forall x\in[0,2]$

2 est une période de f $\Rightarrow f(x+2k)=f(x)$; $k\in\mathbb{Z}$

d'où $0\le f(x)\le 1$ $\forall x\in\mathbb{R}$

3) (ζ_g) est la droite d'équation : $y=2x$

4) a) $h(x)=f(x)+g(x)$

b) $0\le f(x)\le 1\Rightarrow g(x)\le h(x)\le g(x)+1$

$\Rightarrow 2x\le h(x)\le 2x+1$

* $h(x)\ge 2x$; $\lim\limits_{x\to+\infty} 2x=+\infty$ d'où $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)=+\infty$

* $h(x)\le 2x+1$; $\lim\limits_{x\to-\infty} 2x+1=-\infty$ d'où $\lim\limits_{x\to-\infty} h(x)=-\infty$

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn